

运行负荷对齿轮副啮合振动的影响

易园园 轩亮 孟丽君 谭昕

(江汉大学 智能制造学院, 武汉 430056)

摘要:【目的】齿轮传动系统常服役于变负荷甚至极端重载工况, 其实际动态行为与设计工况存在显著偏差, 易诱发系统异常振动及齿面磨损、轮齿断裂等故障。为揭示运行负荷对齿轮传动动力学行为的影响规律与内在机制, 开展了不同负荷下齿轮副啮合状态及振动特征研究。【方法】以一对直齿圆柱齿轮为对象, 通过KISSsoft软件接触分析功能, 计算了表征不同负荷下齿轮啮合状态的时变啮合刚度; 引入含制造误差、齿侧间隙的齿轮副扭转振动模型, 数值求解了不同负荷下系统的模态特性与振动响应。【结果】结果表明, 齿轮啮合具有重载硬化效应; 随负荷加重, 啮合刚度、重合度、固有频率及共振转速均非线性增大, 且增长率呈逐渐饱和趋势; 负荷越重, 系统振动响应受到的制造误差的调制作用越明显。

关键词: 齿轮副; 运行负荷; 时变啮合刚度; 瞬时固有频率; 振动响应

中图分类号: TH132 **DOI:** 10.16578/j.issn.1004.2539.XXXX.XX.001

0 引言

齿轮传动应用广泛, 作为载运、风电、机器人等领域高端装备的运动和动力传递装置, 其力学行为和动态性能直接影响装备整机的运行品质和服役性能。机械装备运行过程中往往处于随机变载荷工况, 使齿轮传动系统工作载荷范围跨度较大, 振动响应复杂多变。因此, 研究不同运行负荷下齿轮传动系统的啮合状态和动态特性, 明晰负荷的影响规律, 对提升齿轮传动系统设计维护水平、保障装备健康运行的意义重大。

国内外学者围绕变载荷工况下齿轮系统的动力学行为展开了大量研究。谢磊等^[1]研究了粗糙齿面齿轮在不同负荷工况下的动态传递误差响应特性。陈国辉等^[2]研究了不同转矩下轴向偏转对斜齿轮频响特性的影响规律。刘炀等^[3]比较了轻载和重载工况下磨损直齿轮的动态特性。张静等^[4]探究了发动机、电动机混合动力系统转矩波动对齿轮传动动态特性的影响。路志成等^[5]分析了风力机转矩变化引起的齿轮系统由单周期、多周期到混沌运动的演化规律。YI等^[6]研究了冲击载荷下多级齿轮传动的瞬态响应特性。但是, 这些研究未考虑轮齿啮合状态受运行负荷的影响, 将啮合刚度及重合度视为与工况无关, 无法准确还原不同负荷下齿轮系统的模态特性和振动响

应。BENAÏCHA等^[7]通过有限元计算表明, 齿轮啮合刚度、重合度与负荷之间存在非线性映射关系。XIE等^[8]、CHEN等^[9]通过改进势能法, 提出一种计算不同负荷下齿轮副啮合刚度的方法。ERICSON等^[10]通过试验和数值模拟, 研究了负荷对齿轮啮合刚度、轴承支承刚度及其系统动力学行为的影响规律。然而, 在动力学研究中, 计入负荷对齿轮啮合参数影响的仍比较有限, 尚未完全解明负荷、啮合、振动三者间的关系与规律, 有待进一步研究。

本文基于KISSsoft齿轮设计软件的接触分析功能, 计算了一对直齿圆柱齿轮在不同负荷下的时变啮合刚度, 明晰了负荷对齿轮啮合状态的影响规律; 将时变啮合刚度引入齿轮副扭转振动模型, 研究了运行负荷对齿轮系统动力学行为的影响。研究旨在为齿轮系统的避振设计和状态监测提供一定指导。

1 齿轮副动力学模型

1.1 齿轮副啮合刚度模型

时变啮合刚度是齿轮传动的关键特征参数, 反映了齿轮啮合状态, 并作为内部激励直接影响系统的动态特性。目前, 常用的齿轮副啮合刚度计算方法有材料力学法、能量法和有限元法^[11]等。本文借助KISSsoft软件计算时变啮合刚度。该软件基于We-

收稿日期: 2025-10-19

基金项目: 江汉大学科研启动基金项目(1029-06050001)

作者简介: 易园园, 男, 1989年生, 湖北郧县人, 博士, 讲师; 主要研究方向为机械传动系统动力学与信息学; yyyi@jhun.edu.cn。

引用格式: 易园园, 轩亮, 孟丽君, 等. 运行负荷对齿轮副啮合振动的影响 [J]. 机械传动, XXXX, XX (XX): 1-6.

YI Yuanyuan, XUAN Liang, MENG Lijun, et al. Influence of operating load on meshing vibration of gear pairs [J]. Journal of Mechanical Transmission, XXXX, XX (XX): 1-6.

ber-Banaschek 理论进行接触分析, 将轮齿等效为一个变截面悬臂梁。齿轮副啮合刚度模型如图 1 所示。图 1 中, F_n 为法向啮合力; α_1 为啮合线与齿厚方向的夹角; h_y 、 h_1 分别为啮合线与轮齿中线的交点到基圆、啮合点的距离; (x, y) 为啮合点的坐标。

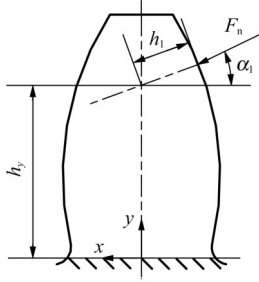


图1 齿轮副啮合刚度模型

Fig. 1 Meshing stiffness model of the gear pair

轮齿弯曲、剪切总变形^[12]可表示为

$$\delta_z = \frac{F_n}{Eb} \cos^2 \alpha_1 \left[10.92 \int_0^{h_y} \frac{(h_y - y)^2}{(2x)^3} dy + 3.1(1 + 0.294 \tan^2 \alpha_1) \int_0^{h_y} \frac{dy}{2x} \right] \quad (1)$$

式中, E 为综合弹性模量; b 为齿宽。

轮齿与轮体连接处(齿根圆角区域)变形可表示为

$$\delta_R = \frac{F_n}{Eb} \cos^2 \alpha_1 \left[5.2 \frac{h_y^2}{S_F^2} + \frac{h_y}{S_F} + 1.4(1 + 0.294 \tan^2 \alpha_1) \right] \quad (2)$$

式中, S_F 为基圆齿厚。

轮齿接触变形可表示为

$$\delta_H = 0.58 \frac{F_n}{Eb} \left(\ln \frac{2h_1}{a} + \ln \frac{2h_2}{a} - 0.429 \right) \quad (3)$$

式中, a 为赫兹接触半径, $a = 1.52 \sqrt{\frac{F_n}{Eb}} \sqrt{\frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}}$,

ρ_1 、 ρ_2 分别为齿轮 1、齿轮 2 在接触点处的曲率半径; h_2 为啮合线与齿轮 2 中线的交点到啮合点的距离。

一对轮齿啮合的综合变形可表示为

$$\delta_\Sigma = \delta_{z1} + \delta_{R1} + \delta_{H12} + \delta_{z2} + \delta_{R2} \quad (4)$$

进一步可得, 齿轮副综合啮合刚度为

$$k_m = \sum_{j=1}^2 k^j \quad (5)$$

$$k^j = \begin{cases} F_n / \delta_\Sigma^j, & 0 \leq s \leq \varepsilon_\alpha \\ 0, & \varepsilon_\alpha < s < 2 \end{cases} \quad (6)$$

式中, j 为参与啮合的齿对序号, $j=1, 2$; s 为啮合点位置函数; ε_α 为重合度。

计算过程中, 计入轮齿变形导致的啮合线延长效应以及接触面受载压平导致的接触线变宽效应^[13], 从而可考虑重合度及刚度幅值随负荷的变化。

1.2 齿轮副扭转振动模型

采用集中参数法建立 2 自由度齿轮副扭转振动模

型, 如图 2 所示。图 2 中, θ_i 、 r_i 分别为齿轮 i ($i=1, 2$) 的扭振角位移和基圆半径; c_m 、 e_m 分别为齿轮副的啮合阻尼和综合啮合误差; T_i 为作用在齿轮 i 上的转矩。

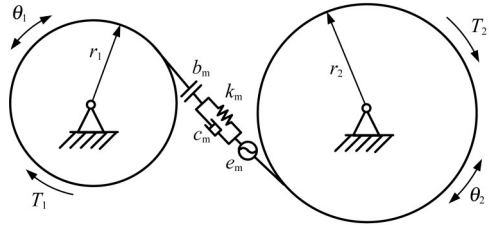


图2 齿轮副扭转振动模型

Fig. 2 Torsional vibration model of the gear pair

综合啮合误差包含啮频误差和转频误差, 且转频误差对啮频误差具有调幅调频作用^[14]。综合啮合误差可表示为三角函数形式, 即

$$e_m = AE_m \sin(B\omega_m t + s_m) + E_1 \sin(\omega_1 t + \eta_1) + E_2 \sin(\omega_2 t + \eta_2 + \alpha_m) \quad (7)$$

$$A = 1 + \beta_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) + \beta_2 \sin(\omega_2 t + \phi_2) \quad (8)$$

$$B = 1 + \hat{\beta}_1 \sin(\omega_1 t + \hat{\phi}_1) + \hat{\beta}_2 \sin(\omega_2 t + \hat{\phi}_2) \quad (9)$$

式中, A 、 B 分别为幅值调制和相位调制函数; E_m 为啮频误差的幅值; ω_m 为啮频误差的圆频率; s_m 为啮频误差的初始相位; E_i ($i=1, 2$) 为转频误差的幅值; ω_i 为转频误差的圆频率; η_i 为转频误差的初始相位; α_m 为啮合角; β_i 、 $\hat{\beta}_i$ 均为调制系数; ϕ_i 、 $\hat{\phi}_i$ 均为相位角。

考虑轮齿齿面啮合、分离和齿背啮合 3 种状态, 则齿轮副啮合力可表示为

$$F_m = \bar{k}_m f_{12} + c_m \dot{f}_{12} \quad (10)$$

$$f_{12} = \begin{cases} \delta_m, & \delta_m > 0 \\ 0, & -b_m \leq \delta_m \leq 0 \\ \delta_m + b_m, & \delta_m < -b_m \end{cases} \quad (11)$$

$$\delta_m = r_1 \theta_1 - r_2 \theta_2 - e_m - \left(\frac{F_n}{k_m} - \frac{F_n}{\bar{k}_m} \right) \quad (12)$$

式中, $\bar{k}_m$ 为啮合刚度均值; f_{12} 为间隙判断函数; δ_m 为两齿轮沿啮合线方向的相对位移; b_m 为法向齿侧间隙, $b_m = \frac{2}{3} (0.06 + 0.0005a_g + 0.03m_n)^{[15]}$; a_g 为齿轮副中心距; m_n 为法向模数。

最终建立的计入时变啮合刚度、啮合误差、齿侧间隙等因素的齿轮副扭转振动方程为

$$\begin{cases} (J_1 + m_1 E_1^2) \ddot{\theta}_1 = T_1 - F_m r_1 \\ (J_2 + m_2 E_2^2) \ddot{\theta}_2 = -T_2 + F_m r_2 \end{cases} \quad (13)$$

式中, J_i 为齿轮 i 的转动惯量。

2 不同负荷下齿轮副啮合及振动特性

本文研究的直齿圆柱齿轮副的主要参数如表 1 所示。首先, 采用 KISSsoft 软件进行接触分析, 获得不

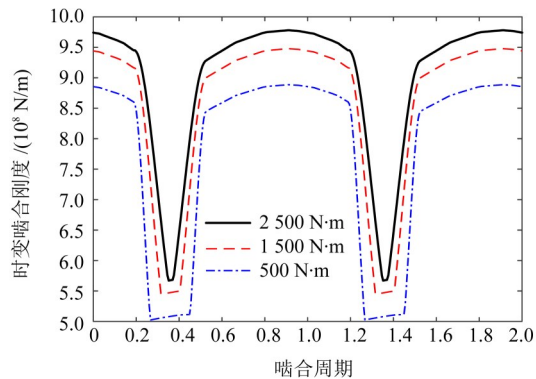
同负荷下齿轮副时变啮合刚度, 代入 Matlab 数值计算软件, 搭建齿轮副扭转振动模型, 求得不同负荷下系统模态特性及振动响应。

表 1 主要参数
Tab. 1 Main parameters

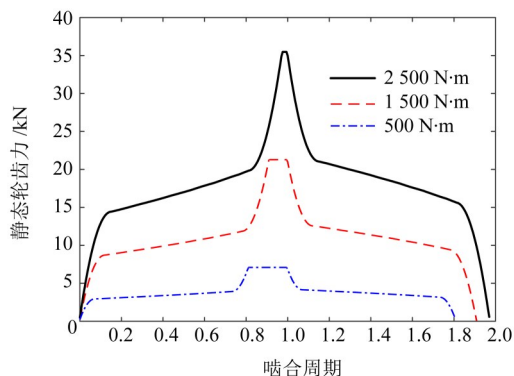
参数	数值
齿轮 1 齿数	25
齿轮 2 齿数	76
模数/mm	6
压力角/(°)	20
齿宽/mm	44
阻尼比	0.05
转频误差/ μm	60
啮频误差/ μm	10

2.1 齿轮副啮合状态

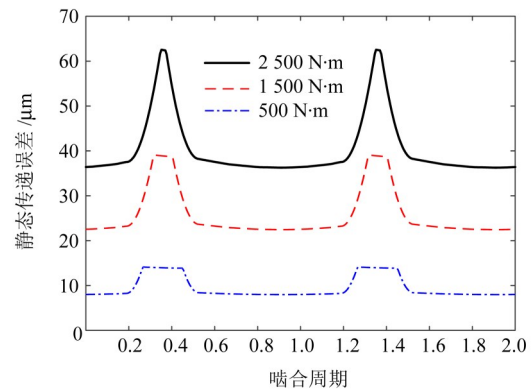
图 3 所示为在齿轮 1 负载转矩分别为 500、1 500、2 500 N·m 时齿轮副时变啮合刚度、静态轮齿力以及静态传递误差的时域变化。由图 3 可知, 随负荷加重, 时变啮合刚度幅值逐渐增大; 同时, 单双齿过渡区域扩大, 单齿啮合区缩小, 导致刚度变化的突变性减弱。随负荷加重, 轮齿啮入提前角、啮出延迟角相应扩大, 使参与啮合的周期延长; 从双齿啮合到单齿啮合的轮齿力增加幅度增大, 导致静态传递误差峰峰值增大, 预示系统振动平稳性变差。



(a) 时变啮合刚度



(b) 静态轮齿力

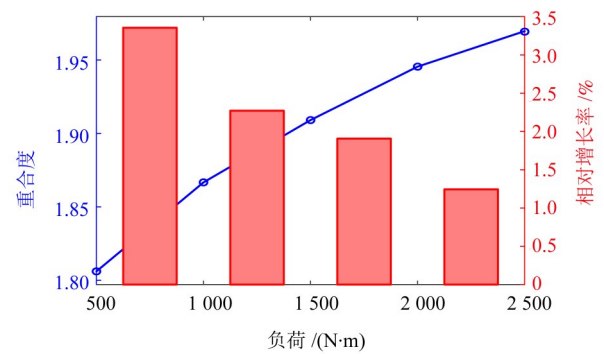


(c) 静态传递误差

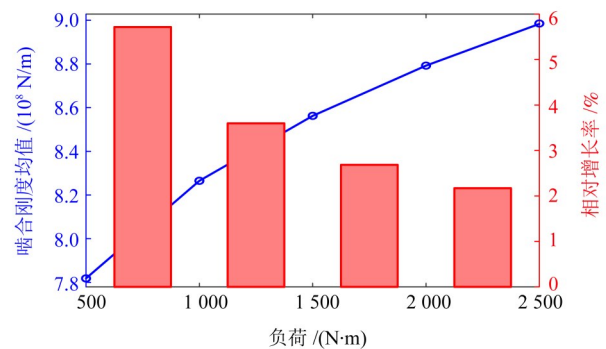
图 3 不同负荷下齿轮副时变啮合参数时域响应

Fig. 3 Time-domain response of time-varying meshing parameters for the gear pair under different operating loads

图 4 所示为不同负荷下齿轮副的重合度和啮合刚度均值。由图 4 可知, 随负荷加重, 重合度逐渐增大; 且由轻载至重载变化过程中, 增长率逐渐下降; 与之类似, 啮合刚度均值的增长率亦随负荷加重呈现逐渐饱和趋势。这主要是由于负荷加重使齿面接触区域逐渐扩大, 当扩大到一定程度, 再加重负荷, 接触面积的增加变得有限, 刚度增加趋缓。经对比, 重合度与啮合刚度均值随负荷加重的增长率变化趋势同文献[16]中通过有限元法获得的结果一致。



(a) 重合度



(b) 啮合刚度均值

图 4 重合度与啮合刚度均值随负荷变化趋势

Fig. 4 Variation of the contact ratio and the mean meshing stiffness with the operating load

2.2 齿轮副动力学行为

本节将时变啮合刚度作为内部激励引入齿轮副扭转振动模型,分别计算齿轮系统的模态特性和动态响应。

2.2.1 模态特性

2自由度齿轮副模型仅具有1阶弹性模态。对式(13)进行线性化处理,获得无阻尼自由振动方程,通过特征值计算,可求得不同负荷下系统的弹性模态对应的固有频率,如图5所示。图5(a)中,时间历程上,系统瞬时固有频率的单齿啮合区减小,双齿啮合区增大,在1个啮合周期内的变化趋势与时变啮合刚度类似。需要说明的是,瞬时固有频率是将齿轮传动视为参数慢变系统假设下的理论计算值,系统的真实动态响应主要受固有频率均值的影响。图5(b)中,随负荷加重,固有频率均值逐渐增大;且由轻载至重载变化过程中增长率逐渐下降,呈现饱和效应。

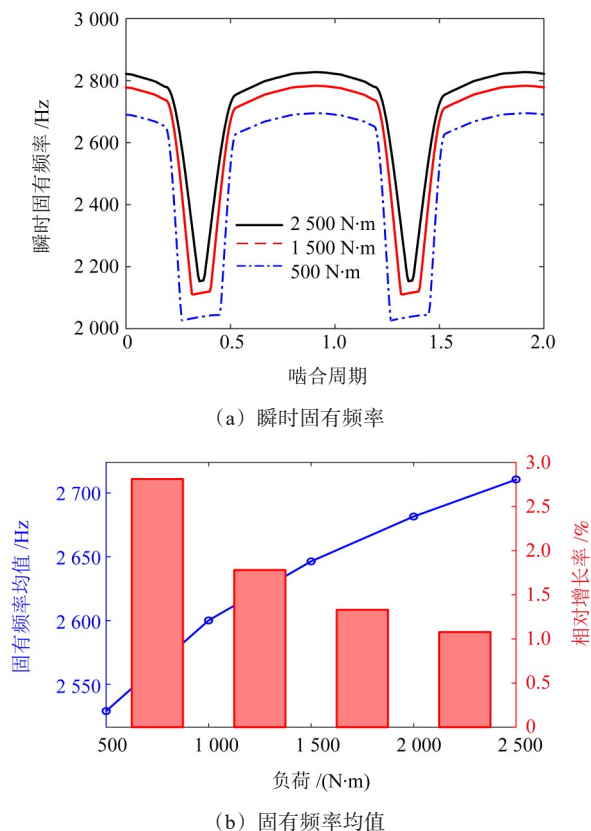


图5 不同负荷下系统固有频率

Fig. 5 Comparison of the system natural frequency under different operating loads

图6所示为依据不同负荷下固有频率均值,采用坎贝尔图追踪的系统共振转速。由图6可知,随着负荷加重,啮合频率 f_m 及其倍频与固有频率的交点沿啮合频率线往右上方漂移,共振转速随之增大。这表明,在齿轮传动设计时应留出足够的安全裕度,

确保在运行负荷变化范围内,系统的固有频率不会漂移到与啮合频率重合的区域。

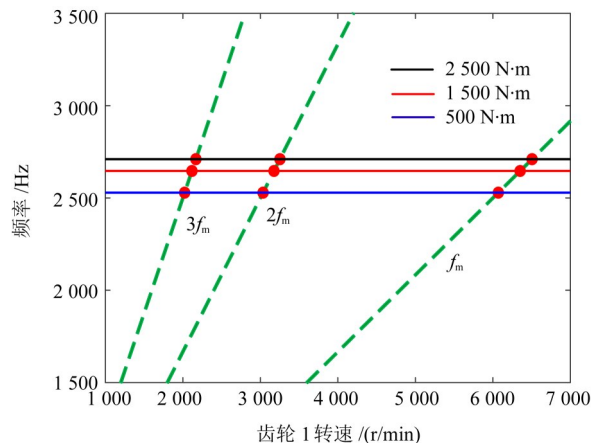


图6 计入负荷变化的坎贝尔图

Fig. 6 Campbell diagram considering the operating load variation

2.2.2 动态响应

本节采用变步长4~5阶Runge-Kutta积分法对式(13)进行数值求解,获得系统的动态响应。其中,求解步长设为 1×10^{-5} ,精度设为 1×10^{-6} 。

图7所示为不同负荷下动态啮合力有效值的频响特性。图7中, f_N 表示系统固有频率。由图7可知,在图6所示的交点附近,系统发生主共振及超谐共振,且在主共振及2次超谐共振时由于振幅过大发生轮齿脱啮,造成系统响应发生软跳跃,形成多值区域;随负荷加重,各共振区振幅增大,同时,上下跳跃点均向右偏移。

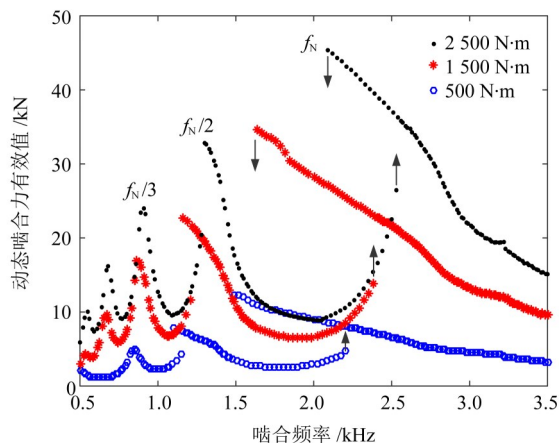


图7 不同负荷下系统频响曲线

Fig. 7 Frequency response curves under different operating loads

图8、图9所示分别为非共振区啮频2 000 Hz,负荷500、2 500 N·m条件下齿轮1的扭振响应。 f_{st} ($i=1, 2$)表示齿轮转频。由图8、图9可知,负荷加重使系统振幅增大;两种负荷下,相平面均为具有一定宽度的闭合曲线带;振动频谱分布在齿轮转频、啮频及其倍频上,形成以啮频为载波频率、转频为

调制频率的边频带, 且边频幅值随负荷加重而增大, 表明制造误差对系统响应的调制作用增强。轻载下, 以齿轮 2 转动频率为采样频率获取的 Poincare 截面, 呈现由 25 个离散点簇构成的椭圆形分布, 表明系统处于锁频状态, 做周期性振动; 重载下, Poincare 截面上的点簇分布范围扩大, 周期运动轨道受误差扰动的影响增强。

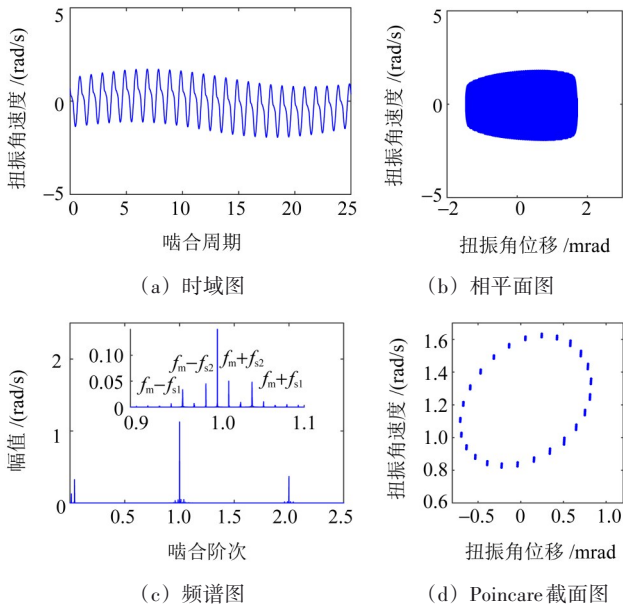


图 8 负荷 500 N·m、啮频 2 000 Hz 时齿轮 1 振动响应

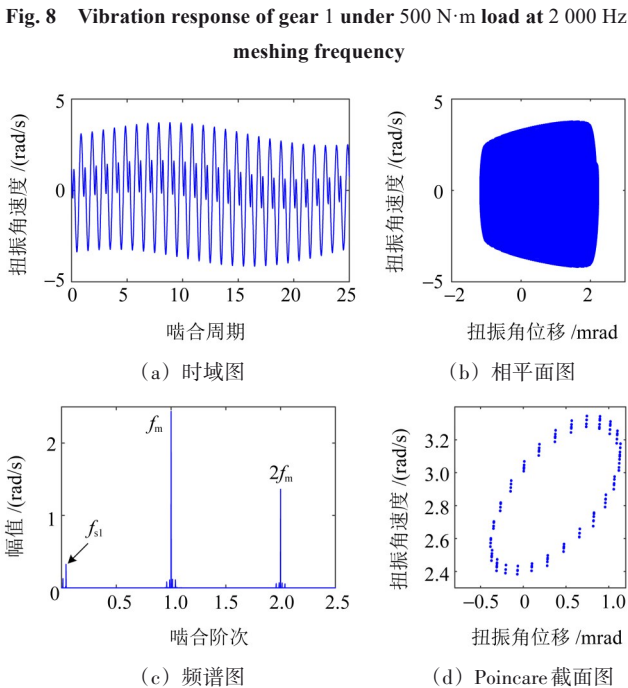


图 9 负荷 2 500 N·m、啮频 2 000 Hz 时齿轮 1 振动响应

Fig. 9 Vibration response of gear 1 under 2 500 N·m load at 2 000 Hz meshing frequency

3 结论

1) 基于 KISSsoft 软件的接触分析功能, 计算了

一对直齿圆柱齿轮在不同负荷下的时变啮合刚度、静态传递误差和静态轮齿力, 继而采用集中参数法搭建了计入时变啮合刚度、侧隙、制造误差等动态激励因素的齿轮副扭转振动模型。

2) 随着负荷加重, 齿轮副啮合刚度、重合度及固有频率均非线性增大, 且呈现重载饱和趋势。

3) 负荷加重使系统共振转速增大, 且并未缓解共振区轮齿脱啮现象。在齿轮传动设计时, 应确保在运行负荷变化范围内, 系统的固有频率不会漂移到与啮合频率重合的区域。

4) 随着负荷加重, 误差调制深度增大, 边频幅值增大, 系统周期运动轨道受扰增强。

参 考 文 献

- [1] 谢磊, 李政民卿. 基于分形理论的粗糙齿面齿轮动力学研究[J]. 机床与液压, 2022, 50(17): 154-159.
XIE Lei, LI Zhengminqing. Research on gear dynamics of rough surface based on fractal theory[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2022, 50(17): 154-159.
- [2] 陈国辉, 徐业银, 焦映厚. 考虑偏转的斜齿轮啮合刚度及其振动分析[J]. 吉林大学学报(工学版), 2023, 53(7): 1902-1910.
CHEN Guohui, XU Yeyin, JIAO Yinghou. Meshing stiffness calculation and vibration analysis of helical gear considering deflection [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(7): 1902-1910.
- [3] 刘杨, 张春, 张宇, 等. 考虑磨损的大重合度直齿圆柱齿轮动力学分析[J]. 机械设计与制造, 2024(12): 87-90.
LIU Yang, ZHANG Chun, ZHANG Yu, et al. Dynamic analysis of high contact ratio spur gear considering surface wear[J]. Machinery Design & Manufacture, 2024(12): 87-90.
- [4] 张静, 朱文龙, 刘长钊, 等. 不同动力源激励下 P2 构型混动汽车动力传动系统动态特性分析[J]. 机械传动, 2025, 49(3): 101-111.
ZHANG Jing, ZHU Wenlong, LIU Changzhao, et al. Analysis of dynamic characteristics of power transmission system of the P2 hybrid vehicle under different power source excitation[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2025, 49(3): 101-111.
- [5] 路志成, 周建星, 崔权维, 等. 基于动力学的风力机齿轮传动系统可靠性研究[J]. 太阳能学报, 2023, 44(9): 397-404.
LU Zhicheng, ZHOU Jianxing, CUI Quanwei, et al. Research on reliability of gear transmission system of wind turbine based on dynamics[J]. Acta Energiae Solaris Sinica, 2023, 44(9): 397-404.
- [6] YI Y Y, TAN X, XUAN L, et al. Dynamic interaction behavior of an electric motor drive multistage gear set[J]. IEEE Access, 2020, 8: 66951-66960.
- [7] BENAÏCHA Y, PERRET-LIAUDET J, BELEY J D, et al. On a flexible multibody modelling approach using FE-based contact formulation for describing gear transmission error[J]. Mechanism and Machine Theory, 2022, 167: 104505.

- [8] XIE C Y, SHU X D. A new mesh stiffness model for modified spur gears with coupling tooth and body flexibility effects [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, 91: 1194-1210.
- [9] CHEN Z G, ZHOU Z W, ZHAI W M, et al. Improved analytical calculation model of spur gear mesh excitations with tooth profile deviations [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2020, 149: 103838.
- [10] ERICSON T M, PARKER R G. Experimental measurement of the effects of torque on the dynamic behavior and system parameters of planetary gears [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 74: 370-389.
- [11] 李润方, 王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声 [M]. 北京: 科学出版社, 1997: 20-29.
- LI Runfang, WANG Jianjun. *Dynamics of gear system: vibration, impact and noise* [M]. Beijing: Science Press, 1997: 20-29.
- [12] 日本机械学会技术资料《齿轮强度设计资料》出版分科会. 齿轮强度设计资料 [M]. 李茹贞, 赵清慧, 译. 北京: 机械工业出版社, 1984: 30-32.
- The Technical Materials Committee of the Japan Society of Mechanical Engineers published the *Gear Strength Design Materials*. *Gear strength design materials* [M]. LI Ruzhen, ZHAO Qinghui, Jr. Beijing: China Machine Press, 1984: 30-32.
- [13] KISSsoft AG. KISSsoft user manual [EB/OL]. Bubikon: KISSsoft AG, 2025: 384-391. <https://www.kisssoft.com/zh/products/technical-description>.
- [14] INALPOLAT M, KAHRAMAN A. A dynamic model to predict modulation sidebands of a planetary gear set having manufacturing errors [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(4): 371-393.
- [15] 张展. 机械设计通用手册 [M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2017: 118-119.
- ZHANG Zhan. *General mechanical design manual* [M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 2017: 118-119.
- [16] 唐进元, 王志伟, 雷敦财. 载荷与齿轮啮合刚度、重合度的关系研究 [J]. *机械传动*, 2014, 38(6): 1-4.
- TANG Jinyuan, WANG Zhiwei, LEI Duncai. Study on the relationship between load and gear mesh stiffness, contact ratio [J]. *Journal of Mechanical Transmission*, 2014, 38(6): 1-4.

Influence of operating load on meshing vibration of gear pairs

YI Yuanyuan XUAN Liang MENG Lijun TAN Xin

(School of Intelligent Manufacturing, Jiangnan University, Wuhan 430056, China)

Abstract: [Objective] Gear transmission systems often operate under varying loads and even extreme heavy-duty conditions, where their dynamic behavior significantly deviates from the design specifications, potentially leading to abnormal vibrations as well as faults such as tooth surface wear and gear tooth fracture. To investigate the influence and underlying mechanisms of operating load on the dynamic behavior of gear transmissions, the meshing state and vibration characteristics of gear pairs under different loads was studied. [Methods] Taking a spur gear pair as the research object, the time-varying meshing stiffness characterizing the gear engagement state under different loads was analytically calculated using the contact analysis function of KISSsoft software. A torsional vibration model of the gear pair incorporating manufacturing errors and backlash was introduced, and the modal characteristics and vibration response of the system under different loads were numerically solved. [Results] The results indicate that the gear meshing exhibits a heavy-load hardening effect. With the increase in load, the meshing stiffness, contact ratio, natural frequency, and resonant rotational speed all increase nonlinearly, while the growth rates exhibit a gradual saturation trend. Furthermore, heavier loads amplify the modulation effect of manufacturing errors on the system response.

Key words: Gear pair; Operating load; Time-varying meshing stiffness; Instantaneous natural frequency; Vibration response